

## Conceptos elementales de dinámica de fluidos

---

### 2.1. NÚMERO DE MACH

En los aviones que vuelan a grandes velocidades, los fenómenos de compresibilidad del aire tienen gran importancia; es interesante expresar la velocidad en función del número de MACH ya que éste sirve para evaluar si los fenómenos debidos al cambio de densidad del aire, compresibilidad, tienen o no mucha importancia, es decir, si son despreciables. En los fenómenos del vuelo se puede considerar, sin gran error, que el aire es incompresible para Mach inferiores a 0,5 e incluso a 0,6.

Se define el número de Mach como:

$$M = \frac{V}{C} \quad \text{siendo}$$

$V$ : velocidad de la corriente libre de aire (Velocidad verdadera del avión TAS).

$C$ : velocidad del sonido.

Obsérvese que a una misma velocidad de vuelo, pueden corresponder diferentes Mach, basta para ello que varíe la temperatura, volando por ejemplo a mayor altitud, como la temperatura disminuye, también disminuirá la velocidad del sonido, y por tanto el Mach será superior que a altitudes inferiores, para un mismo valor de la velocidad verdadera.

Despejando  $V = C \cdot M$ , sustituyendo el valor de  $C$  de la ec. 1.17:

$$V = 661,5 \cdot M \cdot \sqrt{\theta} \quad (\text{en kt})$$

## LÍNEAS DE CORRIENTE Y TRAYECTORIAS

Supongamos un avión volando a velocidad constante en vuelo rectilíneo y que no hay viento, para un observador en el suelo, el aire está en reposo y queda perturbado a causa del avión que se mueve a través de él. El piloto podría suponer que él está en reposo y que lo que se mueve es el aire a su alrededor y que la corriente de aire queda perturbada por el avión.

Ambas consideraciones, la del observador terrestre y la del piloto son ciertas, pero matemáticamente resulta más fácil el estudio considerando el avión en reposo y el aire moviéndose. Esto es lo que en general supondremos en la mayor parte de los casos, por tanto se elige un sistema de coordenadas  $(x, y)$ , ligado al avión y moviéndose con él.

Imaginemos el avión en vuelo y que en un determinado punto cerca de él los valores de la velocidad, presión y densidad, van a ser siempre los mismos conforme pasa el tiempo, por supuesto que en otro punto los valores serían diferentes, pero si tampoco varían con el tiempo, a este tipo de flujo se le denomina *estacionario*.

La elección de un sistema de coordenadas de referencia puede determinar si un flujo es o no estacionario.

Si los parámetros de la corriente en un punto, velocidad, presión y densidad, varían conforme el tiempo transcurre, el flujo es *no estacionario*. Un ejemplo de flujo no estacionario es el que existe en la estela que deja p. ej. un cuerpo como el de la fig. 3.20. Dentro de la estela los parámetros velocidad, presión y densidad pueden estar cambiando continuamente.

Una *línea de corriente (stream line)* es una línea imaginaria dibujada en el fluido de modo que el vector velocidad en cualquier punto es siempre tangente a ella.

Se denomina *trayectoria (path)* al camino que sigue una partícula de un fluido.

De las definiciones anteriores se sacan las siguientes consecuencias:

- En un fluido estacionario, que en general va a ser a lo que nos vamos a referir en este texto, *coinciden las trayectorias y las líneas de corriente*.
- En un flujo estacionario las líneas de corriente no cambian con el tiempo ya que cada partícula sigue la misma trayectoria que la precedente.
- El dibujo de las líneas de corriente es un método muy conveniente de visualizar el movimiento del aire.
- Por cada punto sólo pasa una línea de corriente.

- En ningún punto de una línea de corriente hay flujo a través de ella. En flujo estacionario las partículas no pueden atravesar una línea de corriente.
- Una línea de corriente se puede sustituir por una pared sólida sin que se modifique el flujo.
- Cualquier pared sólida es por sí misma una línea de corriente.
- Dos líneas de corriente nunca pueden cortarse. Existe la excepción de los puntos donde la velocidad es cero (puntos de remanso) donde al no haber velocidad el concepto de línea de corriente carece de significado.

Un tubo de corriente (*stream tube*) es una superficie imaginaria formada por las líneas de corriente que pasan por el contorno de una superficie cerrada  $S$ . Fig. 2.1.

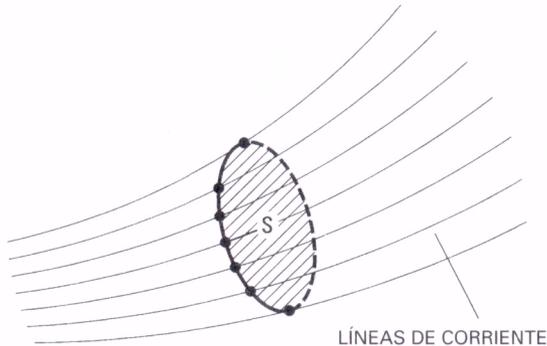


Fig. 2.1.

- Si se da un corte a un ala de un avión como en la fig. 2.2, obtenemos una sección que recibe el nombre de perfil. En la fig. 2.3 están dibujadas las líneas de corriente sobre ese perfil en lo que se conoce como *flujo bidimensional*, ya que sólo depende de dos coordenadas  $x$  e  $y$ , no dependiendo de la tercera que sería la que correspondería a las distancias a lo largo del ala. Esto es lo mismo que suponer que el ala considerada está formada toda ella por perfiles como el de la fig. 2.3 y que tiene una longitud infinita, o de otra forma que no se considera lo que ocurre, o el efecto que se produciría, en las puntas de las alas. Otro ejemplo de corriente bidimensional es el de la fig. 3.3 que es el que co-

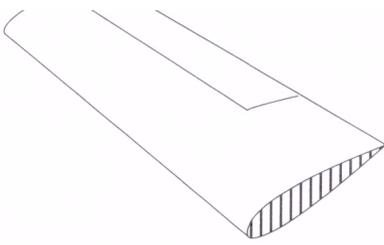


Fig. 2.2.

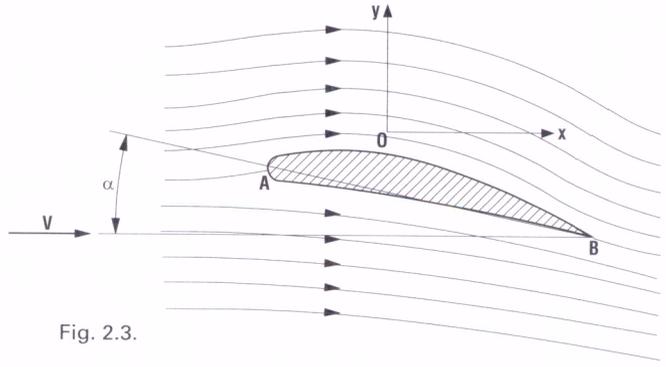


Fig. 2.3.

### 2.3. ECUACIÓN DE LA CONTINUIDAD

Sean dos secciones cualesquiera,  $S_1$  y  $S_2$ , de un tubo de corriente, fig 2.4, como el fluido no puede atravesar ni escaparse a través de las paredes del tubo, *la ecuación de la continuidad establece que la masa de fluido  $m_1$  que pasa por segundo a través de la superficie  $S_1$  es igual a la masa  $m_2$  que pasa por segundo a través de la superficie  $S_2$ .*

$$m_1 = m_2$$

si el espacio recorrido por una partícula en un incremento de tiempo  $\Delta t$  es  $\Delta l$ .

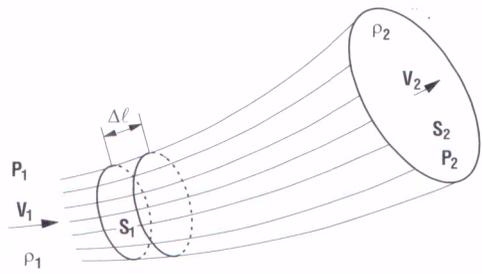


Fig. 2.4.

$$m_1 = \frac{\text{densidad} \cdot \text{volumen}}{\Delta t} = \rho_1 \frac{S_1 \cdot \Delta l_1}{\Delta t}$$

que cuando  $\Delta t$  tiende a cero es

$$m_1 = \rho_1 \cdot S_1 \cdot V_1$$

donde  $V_1 = \Delta l / \Delta t$  es la velocidad en la sección  $S_1$ .

Utilizando la misma notación para la sección  $S_2$  tendríamos

$$m_2 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot V_2$$

Obsérvese que estamos suponiendo valores de la densidad diferentes en las dos secciones, es decir que consideramos que el fluido es compresible.

La ecuación de la continuidad queda expresada por:

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot V_2$$

En general la ecuación de la continuidad se puede escribir:

$$\rho \cdot S \cdot V = \text{cte.} \quad [2.2]$$

al final del libro, en el Apéndice B, se dan otras formas de expresar la ecuación de la continuidad.

Si la densidad fuera constante, la ecuación de la continuidad para fluidos incompresibles sería:

$$S_1 \cdot V_1 = S_2 \cdot V_2 \quad [2.3]$$

válida también para el aire si el nº de Mach es pequeño, porque el error cometido al utilizarla es despreciable. De aquí también podemos deducir que si la velocidad aumenta la sección debe ser menor, es decir, las líneas de corriente se aproximan.

## 2.4. TEOREMA DE BERNOULLI

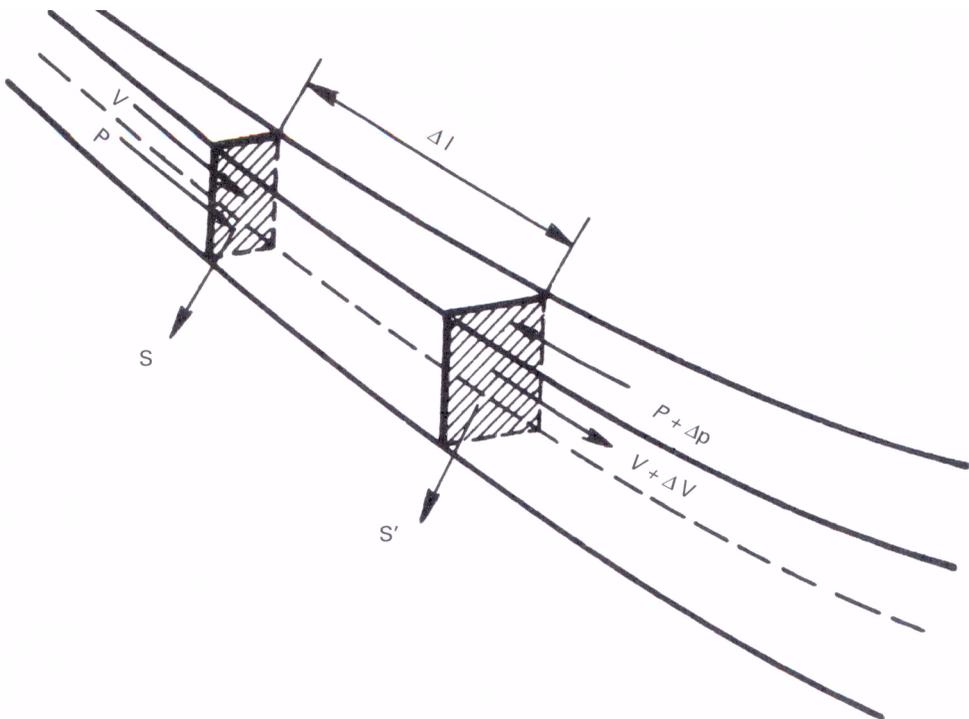


Fig. 2.5.

Aislemos una longitud, que puede ser tan pequeña como queramos de tubo; sea esta longitud  $\Delta l$  o  $dl$ , y sean  $S$  y  $S'$  las superficies del tubo en los extremos, y  $V$  y  $V + \Delta V$  (o  $V + dV$ ), las velocidades correspondientes en esas secciones.

Vamos a estudiar las fuerzas a que se ve sometida la masa limitada por el tubo de corriente y las secciones  $S$  y  $S'$ .

Sobre la cara  $S$ , el resto de fluido a la izquierda, ejercerá una presión  $p$  perpendicular a la cara, como indica la fig. 2.5, sobre la  $S'$ , el resto de fluido a la derecha ejercerá una presión  $p + \Delta p$  (o  $p + dp$ ).

Las fuerzas que actúan sobre esa masa, tomando como sentido positivo hacia la derecha (sentido de la velocidad), serán:

$$F = p \cdot S - (p + dp) S'$$

## CONCEPTOS ELEMENTALES DE DINÁMICA DE FLUIDOS

La longitud del tubo  $dl$  la podemos hacer tan pequeña como queramos, luego la haremos tan pequeña como sea necesario para que se pueda considerar que las secciones  $S$  y  $S'$  son iguales, quedará entonces:

$$F = p \cdot S - (p + dp) \cdot S$$

$$F = p \cdot S - p \cdot S - dp \cdot S$$

$$F = - dp \cdot S$$

El volumen que ocupa la masa que estamos considerando, si  $S$  es igual a  $S'$ , será el volumen de un prisma:

$$Vol. = S \cdot dl$$

y la masa será  $M = \rho \cdot S \cdot dl$

La aceleración  $a$  que está sometida esa masa, por definición de aceleración, será:

$$a = \frac{dV}{dt}$$

Sustituyendo en la ecuación fundamental de la dinámica los valores hallados

$$Fuerza = masa \cdot aceleración$$

$$- dp \cdot S = \rho \cdot S \cdot dl \cdot \frac{dV}{dt}$$

quedará dividiendo por  $S$  y teniendo en cuenta que por definición

$$\frac{dl}{dt} = V$$

$$\boxed{dp + \rho \cdot V \cdot dV = 0}$$

[2.4]

Esta es la expresión del teorema de Bernoulli en forma diferencial; en ella existen tres variables  $p$ ,  $\rho$  y  $V$ .

La ecuación de Bernoulli, 2.4, expresa el principio de la conservación

los dos términos, esta ec. no es aplicable. El aire es un fluido viscoso, como veremos más adelante, en aquellos casos o zonas donde no se pueda desprestigiar la viscosidad, habrá a causa de ella una disipación de energía no comprendida en la ec. 2.4 y, por tanto, no se podrá aplicar dicha fórmula.

## 2.5. ECUACIÓN DE BERNOULLI PARA FLUIDO INCOMPRESIBLE

De las tres variables que existían en la ec. 2.4, al ser la densidad constante, se quedan reducidas a dos  $p$  y  $V$ , la ecuación diferencial es fácil de integrar resultando:

$$p + 1/2 \rho V^2 = cte \quad [2.5]$$

que es la expresión más conocida del teorema de Bernoulli, y será válida para un fluido en el que  $\rho = cte$ . o bien para el aire a bajos números de Mach, aunque en este caso existirá un pequeño error.

Ella expresa que en un punto cualquiera de un fluido en movimiento, la suma de la presión en ese punto más la mitad del producto de la densidad por el cuadrado de la velocidad es constante, esto es, sería igual a la suma de esos mismos sumandos con los valores que existen en otro punto. Si son  $p_1, V_1, \rho_1$  la presión, velocidad y densidad en el punto 1 y  $p_2, V_2, \rho_2$  en el punto 2, etc. se verificará:

$$p_1 + 1/2 \rho_1 V_1^2 = p_2 + 1/2 \rho_2 V_2^2 = p_3 + 1/2 \rho_3 V_3^2 = cte.$$

En este caso de fluido incompresible, no es necesario poner subíndices a la densidad,  $\rho$ , ya que ésta tiene el mismo valor en cualquier punto.

Es especialmente interesante el caso en que en uno de los puntos considerados no exista velocidad, es decir, sea un punto de remanso; la presión que existe en él se denomina presión total  $p_t$  y en general la presión que existe en un punto de velocidad  $V$  distinta de cero, la denominaremos presión estática  $p_s$ , aplicando el teorema de Bernoulli a dos puntos del fluido, uno de los cuales sea el que tiene velocidad nula será:

$$p_t + 0 = p_s + 1/2 \rho V^2$$

$$p_t = p_s + 1/2 \rho V^2 \quad [2.6]$$

## Origen de las fuerzas aerodinámicas

### 3.1. PERFILES. TERMINOLOGÍA

Como veremos más adelante, la forma y la inclinación del perfil respecto a la dirección de la corriente de aire, son de gran importancia en la distribución de presiones que da origen a la sustentación. Empezaremos por definir la terminología del perfil (fig. 3.1 y fig. 3.2).

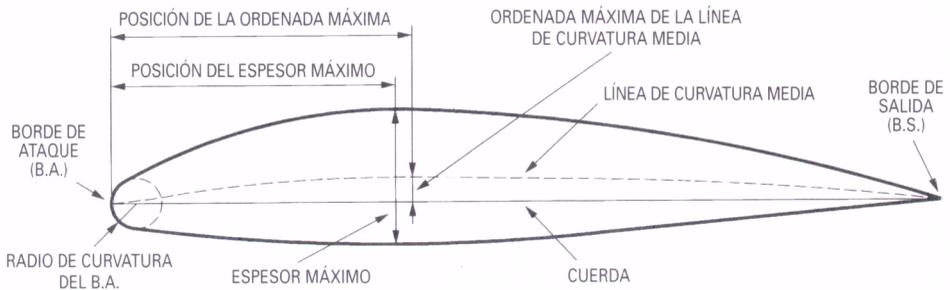


Fig. 3.1.

- Cuerda:* Es la línea recta que une el borde de ataque (b.a) con el borde de salida (b.s.). Es una dimensión característica del perfil.
- Línea de curvatura media:* Es una línea equidistante entre el extradós y el intradós. La forma de esta línea es muy importante en las características aerodinámicas del perfil; en definitiva, «fija» la curvatura del perfil. Si la línea de curvatura media, cae por encima de la cuerda como en la fig. 3.1, se dice que la curvatura es positiva, negativa si va por debajo y de doble curvatura si va en un tramo por arriba y en otro por debajo.
- Ordenada máxima de la línea de curvatura media:* Es la máxima

nea de curvatura media. El valor de la ordenada máxima, y su posición suelen darse en forma de % de la cuerda.

- d) *El espesor y la distribución de espesor*: Son dos características importantes. El valor del espesor máximo y su posición se expresan en % de la cuerda. El valor del espesor varía desde un 3% en los muy delgados hasta un 18% en los muy gruesos.
- e) *El radio de curvatura del b.a.*: Define la forma del b.a., y es el radio de un círculo tangente al extradós e intradós, y con su centro situado en la línea tangente en el origen a la línea de curvatura media.

Su magnitud define la agudeza del b.a. y tiene efectos importantes en las características de pérdida. Un radio de curvatura de b.a. de valor pequeño significa un b.a. agudo y puede causar una separación temprana de la capa límite cerca del b.a.

- f) La acción de la corriente de aire sobre un perfil produce, por diferentes motivos, una fuerza aerodinámica. Esta fuerza es usual descomponerla en dos componentes: sustentación y resistencia.

*La sustentación* es la componente perpendicular a la corriente libre de aire.

- g) *La resistencia* es la componente paralela a la corriente libre de aire.

- h) *El ángulo de ataque* es el que existe entre la cuerda, y la dirección de la corriente libre de aire.

Los términos corriente libre de aire y viento relativo son equivalentes.



Fig. 3.2.

Valores típicos de algunos de estos parámetros son:

- Espesor máximo: 12% de la cuerda, y situado en el 30% de ésta (a partir del b.a.).
- Ordenada máxima de la línea de curvatura media: 4% y situada en el 40% de ésta.

### 3.2. DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES SOBRE UN CILINDRO

Supongamos un *fluido ideal* (sin viscosidad) en movimiento, con una velocidad  $V$ . Si en el seno del fluido colocamos un cilindro de longitud muy grande (infinita) como indica la fig. 3.3, la corriente se dividirá alrededor del cilindro. Debido a este obstáculo, en el punto 1, la corriente tendrá una velocidad  $V_1$  mayor que  $V$ , mientras que en el punto 0, la velocidad será nula, (punto de remanso). Aplicando el teorema de Bernoulli, primero entre un punto de la corriente en el que todavía no ha sido perturbada por la presencia del obstáculo (velocidad  $V$ ), y el punto de remanso de la izquierda (sea la presión del punto de remanso  $p_1$ , presión de impacto, o total)

$$p_1 + 0 = p + \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \quad [3.1]$$

$p$  = presión en un punto de la corriente no perturbado por el cilindro, (si estamos en la atmósfera será la presión atmosférica). Y después entre el mismo punto sin perturbar y el punto 1:

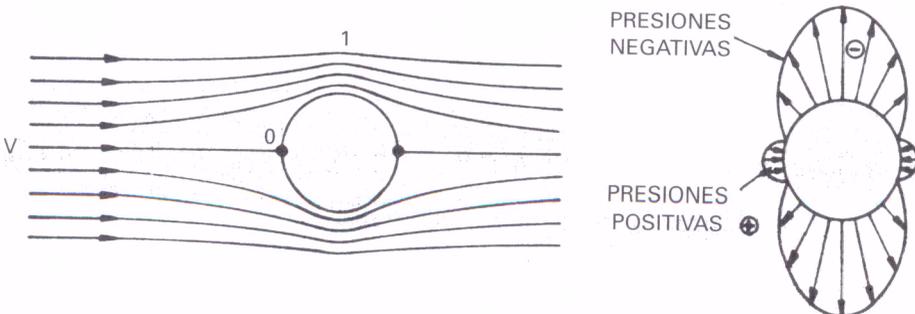
$$p_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot V_1^2 = p + \frac{1}{2} \rho V^2 \quad [3.2]$$

de las ec. 3.1 y 3.2 obtenemos:

$$p_1 = p + \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \quad [3.3]$$

$$p_1 = p - \frac{1}{2} \rho \cdot (V_1^2 - V^2) \quad [3.4]$$

en donde observamos que la presión en el punto de remanso es superior a la atmosférica en una cantidad  $1/2 \rho \cdot V^2$  y la presión en el punto 1 es inferior a la atmosférica en una cantidad  $1/2 \rho \cdot (V_1^2 - V^2)$ , ya que  $V_1$  es mayor que  $V$ .



atmosférica, y negativas a las inferiores, podremos afirmar (recuérdese el ejemplo de la fig. 2.6) *que en los puntos en que la velocidad es cero o inferior a la de la corriente libre  $V$ , la presión es positiva y en los puntos donde la velocidad es superior a la de la corriente libre  $V$ , la presión es negativa*. Como puede observarse, el teorema de Bernoulli es en definitiva una forma de la expresión de la ley de la conservación de la energía: la energía potencial, presión, se transforma en cinética.

Teóricamente ocurre, como se indica en la fig. 3.3, que:

- a) Existen dos puntos de remanso situados simétricamente en los extremos del diámetro horizontal.
- b) Las líneas de corriente se juntan en las partes superior e inferior (zonas de mayor velocidad) y se separan en las partes delantera y trasera (de menor velocidad) (Vid. 2.5).
- c) La distribución de velocidades es simétrica.
- d) Como consecuencia la distribución de presiones también es simétrica.

En este caso del fluido ideal, la fuerza a que da origen esta distribución de presiones, será nula en cualquier dirección.

Obsérvese que incluso no existirá ninguna fuerza en la dirección del movimiento del fluido; es decir, el obstáculo, en este caso el cilindro, no ofrecerá resistencia al movimiento de avance del fluido. Recuérdese que estamos considerando el fluido, (sea el aire) ideal, por tanto, sin viscosidad. Tampoco existe fuerza en sentido normal a la dirección de la corriente (sustentación). La no existencia de resistencia, en contradicción con la realidad, debido a no considerar la viscosidad, se conoce con el nombre de paradoja de D'Alémbert.

### **3.3. EFECTO MAGNUS**

Si en el ejemplo puesto en el párrafo anterior, suponemos que el cilindro está girando alrededor de su eje con una cierta velocidad, en el sentido que se indica en la fig. 3.4, el movimiento giratorio del cilindro originará, por frotamiento, un movimiento circular del aire que se siente arrastrado en la misma dirección que el cilindro. Como podemos observar esto significa una contradicción con la hipótesis hecha anteriormente (3.2) acerca de fluido ideal, ya que si el aire se siente arrastrado por el cilindro, es que tiene viscosidad, como realmente ocurre, y suponemos que tiene la necesaria para producirse dicho arrastre y no la suficiente para que se produzca el desprendimiento de la corriente.

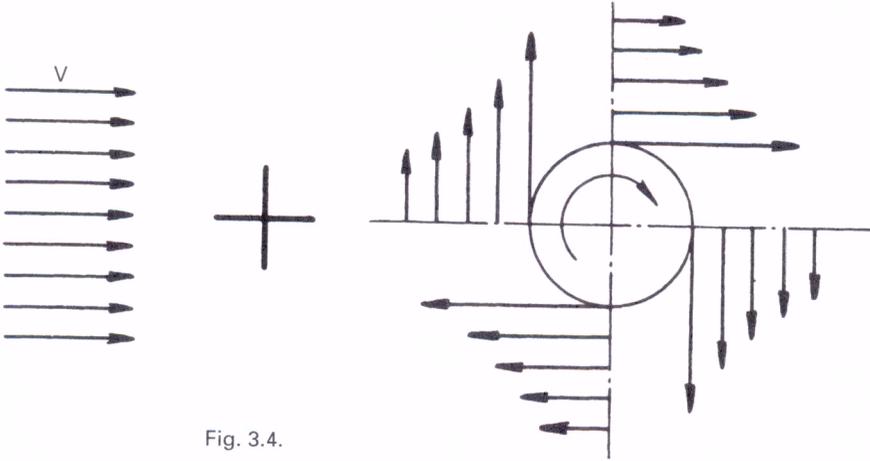


Fig. 3.4.

La superposición de las dos velocidades, la de la corriente del aire más la de giro creada por el cilindro dará la distribución de velocidades alrededor del cilindro que se indica en la fig. 3.5.

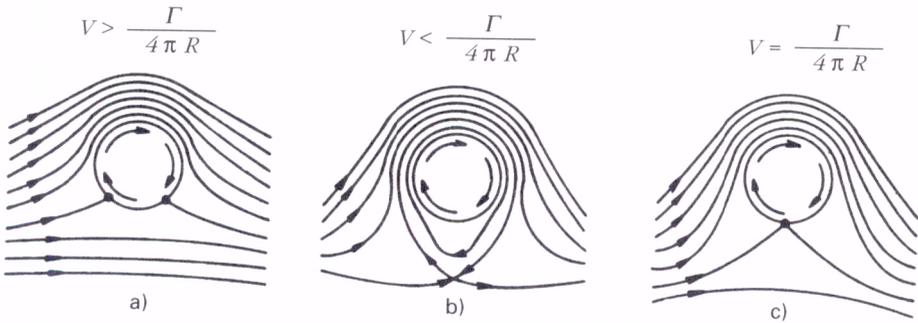


Fig. 3.5.

Según sea el valor de la circulación (es decir, de la velocidad de rotación del cilindro), nos encontraremos con que la suma de los dos campos de velocidades, será de uno de los tres tipos de la figura 3.5; en cualquiera de ellos, la velocidad en la parte superior del cilindro (siendo el movimiento de giro de éste el indicado en la figura), será superior a la de la corriente libre de aire,  $V$ , y en la parte inferior, la velocidad será menor. El que el tipo de corriente sea uno u otro de los tres casos de la figura, dependerá de los va-

contramos con que en los puntos de velocidad mayor que  $V$  (corriente libre), la presión será negativa, y en los puntos en que la velocidad sea menor que  $V$ , la presión será positiva (fig. 3.6). En este caso concreto (a) existen dos puntos de remanso (velocidad nula).

Como se ve comparando las figs. 3.3 y 3.6, la distribución de presiones no es la misma. En el caso de cilindro giratorio, la distribución de presiones es asimétrica respecto a la dirección de la corriente libre; la distribución de presiones negativas sobre la parte superior del cilindro es en valor absoluto superior a la de la parte inferior.

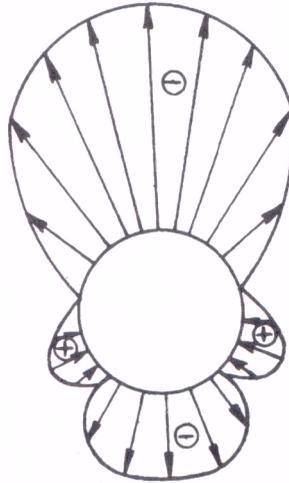


Fig. 3.6.

*Esta distribución de presiones da lugar a una fuerza (succión) hacia arriba.*

El efecto de esta circulación de corriente adicional que crea el giro del cilindro, es el de dar lugar a una fuerza perpendicular a la dirección de la corriente libre, y se conoce con el nombre de *efecto Magnus*.

El *efecto Magnus* es bien conocido en muchos juegos de pelota, en los que se conoce con el nombre de «efecto».

Basándose en el *efecto Magnus*, el ingeniero alemán Flettner, construyó un barco con un cilindro vertical, al cual hacía girar un motor sobre su eje, el viento producía una fuerza perpendicular a él y al eje. En definitiva el cilindro actuaba como una vela, en cuanto a sus efectos.

### 3.4. FUERZA RESULTANTE SOBRE UN PERFIL. CENTRO DE PRESIÓN

Hemos visto, como al girar un cilindro, se produce una sustentación a causa de superponer una circulación. De forma análoga, un perfil es capaz de producir sustentación con una eficiencia mayor. En el caso del cilindro, para que se produjera sustentación, era necesario que existieran: la circulación y una velocidad de la corriente libre del aire; la sustentación provenía del efecto de estas dos velocidades; en el cilindro conseguíamos la circulación mediante la rotación. En un perfil la circulación se establece por medio de su forma.

Supongamos primeramente un perfil simétrico con ángulo de ataque cero. La distribución de presiones será la indicada en la fig. 3.7. Este caso es análogo al de la fig. 3.3 de cilindro sin circulación.

PERFIL SIMÉTRICO. ÁNGULO DE ATAQUE CERO

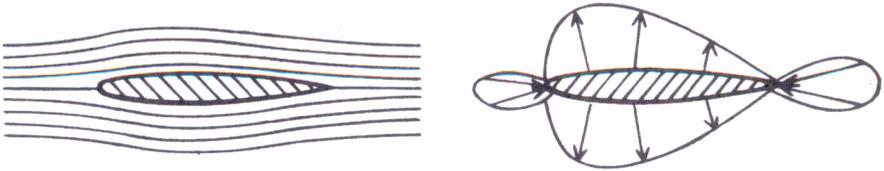


Fig. 3.7.

Si el perfil tiene un ángulo de ataque positivo, la distribución de líneas de corriente será la de fig. 3.8, con un aumento de la velocidad en el extradós respecto a la de la corriente libre, y una disminución en el intradós. El efecto, es el mismo que el de la fig. 3.6 en el caso de cilindro con circulación (giratorio). Obsérvese que existe también una deflexión de la corriente hacia arriba en las proximidades del b.a. y hacia abajo después del b.s. Como vemos el efecto del ángulo de ataque puede suponerse igual a añadir una circulación al caso de ángulo de ataque cero.

El aumento de velocidad en el extradós aumenta el valor de la presión negativa (succión) mientras que la disminución de velocidad en el intradós disminuye el valor de la succión; el resultado de la distribución de presiones es una fuerza dirigida hacia arriba; la componente de esta fuerza perpendicular a la corriente de aire libre (dirección de vuelo) será la sustentación.

tuitivamente se comprende que las fuerzas  $L$  serían mayores y así ocurriría en las mediciones en túnel, por ello parece que los  $C_L$  para cada ángulo de ataque también serían mayores, pero el denominador  $q \cdot S$  también aumenta, ya que la velocidad es mayor, y resulta que los  $C_L$  son iguales y que también la pérdida tendría lugar al mismo ángulo de ataque de  $18^\circ$ . Resulta que con cualquier velocidad o densidad del aire que se hiciera esta experiencia las fuerzas  $L$  variarían, pero los  $C_L$  sólo dependerían del ángulo de ataque. Una vez construido el avión y sin variar su configuración, la curva de  $C_L$  en función del ángulo de ataque es invariable, de modo que a cada ángulo de ataque le corresponde un  $C_L$  y viceversa.

El ángulo de ataque de entrada en pérdida también es fijo, y la pérdida se produce porque deja de aparecer el tipo de distribución de presiones que hemos estudiado, fig 3.13. Los valores máximos del  $C_L$  pueden ser del orden de 2.

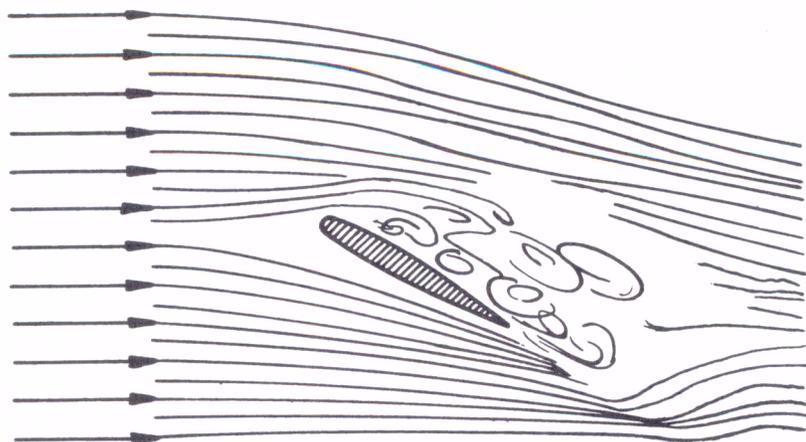


Fig. 3.13.

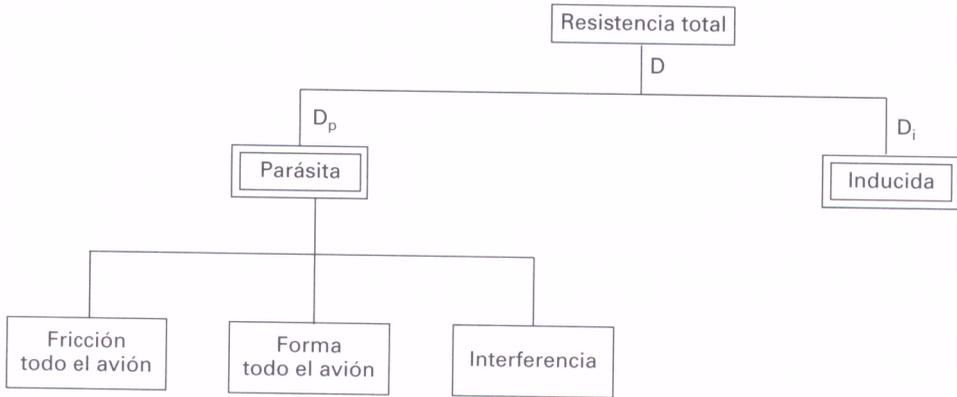
Efectuando los mismos pasos con la resistencia  $D$ , veríamos que las fuerzas de resistencia  $D$  variarían con la velocidad, densidad y ángulo de ataque, pero que el coeficiente de resistencia  $C_D$ , definido como:  $C_D = D/(q \cdot S)$  sólo dependería del ángulo de ataque, y la curva de la figura 3.14, una vez construido el avión y sin variar su configuración sería fija.

En definitiva, la sustentación viene dada por la fórmula:

$$L = C_L \cdot q \cdot S \quad [3.7]$$

en donde:  $L$  = Sustentación.

$S$  = Superficie de las alas.



*La resistencia parásita se podría definir como aquella parte de la resistencia que no contribuye a originar sustentación.*

El valor de  $C_{DP}$  se suele suponer que es constante, aunque realmente esto sólo es aproximadamente cierto para ángulos de ataque pequeños (conforme al ángulo de ataque aumenta, existe una mayor parte del ala con capa límite turbulenta y  $C_{DP}$  crece). En la práctica se toma un valor de  $C_{DP}$  fijo, y nosotros lo haremos así, añadiendo o agrupando su variación con el ángulo de ataque al coeficiente de resistencia inducido, a través del término  $e$ , factor de eficiencia del avión como se verá en 4.5 y 4.6.

Otro término de la resistencia total, la resistencia inducida  $D_i$ , la origina el ala y proviene del hecho de que está produciendo sustentación y tiene envergadura finita, por tanto, está íntimamente ligada, con una estrecha dependencia, al valor de  $C_L$  o al ángulo de ataque.

La representación de  $C_D$  en función del ángulo de ataque, será la de la fig. 3.14.

Además de las resistencias enumeradas, a partir de números de Mach del orden de 0,5 a 0,6, empieza a surgir una resistencia denominada de *compresibilidad*, que se tratará con más detalle en el capítulo 8.

Sabemos que detrás de cualquier cuerpo moviéndose existe una estela que cuanto más ancha más resistencia de forma produce.

La velocidad media del fluido en la estela es menor que la velocidad del fluido antes de encontrarse con el cuerpo, luego en la estela se ha producido una disminución de la cantidad de movimiento (y de energía) de la corriente de aire que es una medida de la resistencia total que produce el cuer-

cotera, a partir de esta información se puede determinar la magnitud de movimiento y resistencia.

La forma de la estela es una indicación de la resistencia de forma del cuerpo.

### 3.10. MOMENTOS DE CABECEO

Hemos visto en los párrafos anteriores cómo la distribución de presiones sobre un perfil daba lugar a una fuerza resultante.

Analizando la forma de esta distribución de presiones, veremos cómo da origen también a momentos aerodinámicos.

El criterio de signos que se suele utilizar es el de valor positivo para los momentos de encabritado y negativo para los de picado.

Para un perfil simétrico, con ángulo de ataque cero, la distribución de presiones es la de la fig. 3.24 simétrica; la fuerza resultante sobre el extradós ( $L_e$ ), es igual a la del intradós ( $L_i$ ); como tienen sentidos opuestos, y están aplicadas en el mismo punto, no habrá sustentación ni momento de cabeceo.

Obsérvese que al hablar de fuerzas resultantes estamos considerando que ésta es perpendicular a la dirección de la corriente libre de aire, es decir, que sólo existe sustentación, lo que significa que se está despreciando la resistencia. La contribución de la resistencia al momento de cabeceo puede despreciarse y especialmente si el ángulo de ataque es pequeño.

Si el mismo perfil simétrico, tiene un ángulo de ataque positivo, la distribución de presiones será la de la fig. 3.25;  $L_e$  y  $L_i$  están aplicadas en el mismo punto, siendo mayor  $L_e$  que  $L_i$  luego habrá sustentación, y no habrá momento.

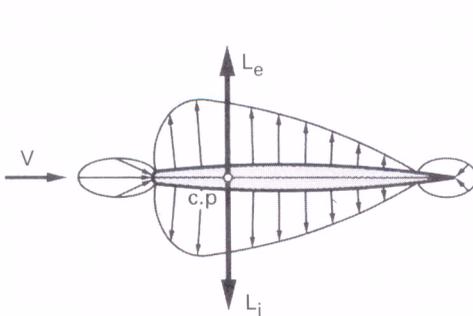


Fig. 3.24.

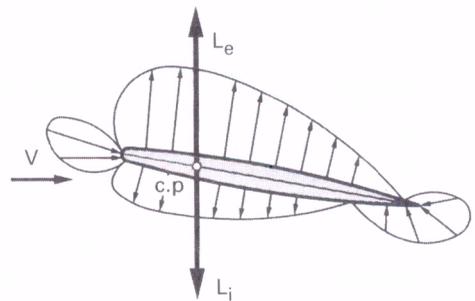


Fig. 3.25.

En un perfil asimétrico, la línea de curvatura media ya no será una recta que coincida con la cuerda, sino que será una línea curva. Para ángulo de ataque nulo, tendremos una distribución de presión como la de la fig. 3.26; debido a la curvatura de dicha línea,  $L_e$  será mayor que  $L_i$  y tendremos sustentación para ángulo de ataque nulo (Vid. 3.7); además,  $L_e$  y  $L_i$  no estarán aplicadas en el mismo punto. Dos fuerzas paralelas y sentidos contrarios no aplicadas en el mismo punto dan lugar, además de a una fuerza en el sentido de la mayor, a un momento.

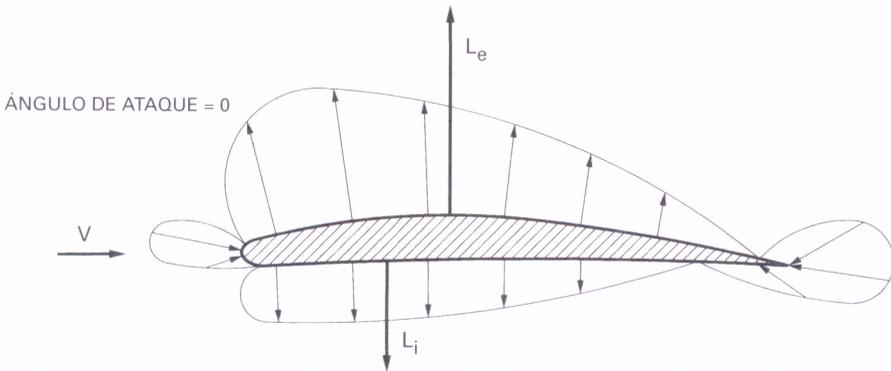


Fig. 3.26.

La sustentación será la resultante entre las fuerzas sobre el extradós e intradós. El punto donde efectivamente está aplicada dicha fuerza es el *centro de presión*.

Para conseguir que un perfil asimétrico diera sustentación nula, sería necesario que tuviera ángulo de ataque negativo.

La distribución de presiones sería la de la fig. 3.27, en donde vemos que, aunque no exista sustentación, existe momento.

Por último, en la fig. 3.28, se representa el caso de perfil asimétrico para ángulo de ataque positivo.

Como resultado podemos decir que un ala con perfil simétrico producirá una sustentación que dependerá del ángulo de ataque, pero no dará origen a ningún momento de cabeceo por sí misma; un ala con curvatura positiva producirá para los ángulos de ataque que proporcionan sustentación e incluso algo de sustentación negativa, un momento de picado, que con el

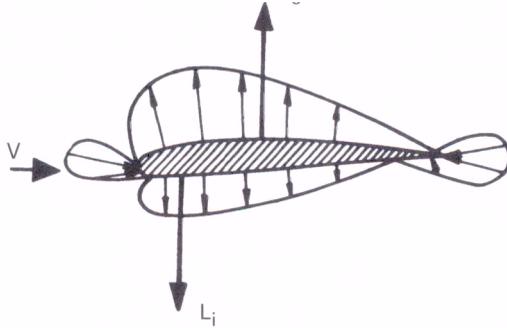


Fig. 3.27.

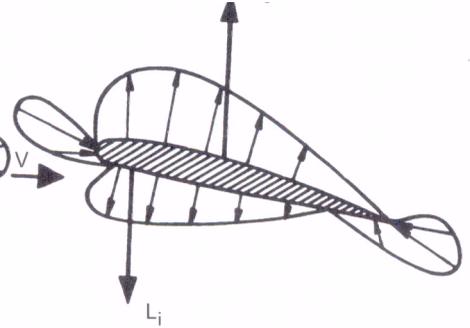


Fig. 3.28

negativa llegaríamos a la conclusión de que producen momentos de encabritado o momentos positivos, para los ángulos de ataque que produjeran sustentación.

La posición del c.p. se suele dar a partir del borde de ataque en % de la cuerda.

El valor del momento de cabeceo  $M$  en un perfil dependerá de las mismas variables que la sustentación  $L$ , ya que es debido precisamente a las mismas causas que producen la sustentación; es decir, a la forma de la distribución de presiones. Su valor viene dado por:

$$M = C_M \cdot q \cdot S \cdot c \tag{3.12}$$

en donde  $M$  = Momento.

$q$  = Presión dinámica =  $\frac{1}{2} \rho \cdot V^2$

$S$  = Superficie de las alas.

$c$  = Cuerda.

$C_M$  = Coeficiente de momento, que como hemos visto, dependerá del valor de la sustentación  $C_L$  y del punto respecto al cual se tomen momentos.

El valor de  $M$  también dependerá del punto respecto al cual se tomen momentos.

Resumiendo, en el caso más general, las acciones aerodinámicas sobre un perfil se pueden considerar que consisten en una sustentación aplicada en un punto más un momento de cabeceo, sea A el punto considerado (como ya hemos indicado anteriormente estamos despreciando en este análisis la resistencia). Supongamos que el conjunto fuerza-momento es el que aparece en la fig. 3.29 (en donde el momento  $M_l$  se ha dibujado negativo, de

picado, como suele ocurrir en la realidad para perfiles con curvatura positiva, aunque para el estudio que se está haciendo se podía haber supuesto de encabritado, positivo.

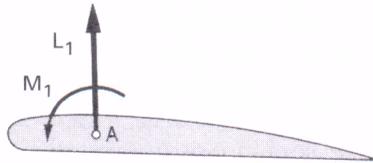
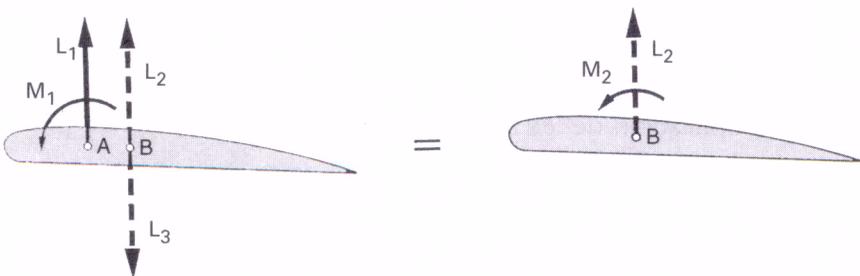


Fig. 3.29.

Se sabe, por estática, que ese conjunto formado por una fuerza y un momento se puede considerar aplicado en otro punto cualquiera, sea el punto  $B$ , fig. 3.30, en donde el valor del momento sería otro,  $M_2$ , y el de la fuerza el mismo. La demostración es sencilla, basta con aplicar en el punto  $B$  dos fuerzas,  $L_2$  y  $L_3$  iguales y de sentido contrario y de magnitud igual a la magnitud de  $L_1$ .  $L_1$  y  $L_3$  constituyen un par de fuerzas, que, en el ejemplo considerado, producen un momento que se opone a  $M_1$ , el momento resultante,  $M_2$ , será, por tanto, otro y de una magnitud, en este caso, menor que en el caso del punto  $A$ . El sistema equivalente en el punto  $B$  será la fuerza  $L_2$  igual a  $L_1$ , y un momento  $M_2$  diferente de  $M_1$ .

Como conclusión, el sistema formado por la fuerza de sustentación  $L$  y el momento de cabeceo  $M$  puede sustituirse por un sistema equivalente aplicado en cualquier punto, con el mismo valor de  $L$  y valores diferentes de  $M$ , cuyo valor dependerá del punto considerado.

Evidentemente, existirá un punto en el cual el momento del par de fuerzas es igual y de signo contrario a  $M_1$ , y, por tanto, las acciones aerodinámicas quedan reducidas a una fuerza de valor  $L$ , la sustentación, porque el momento sería nulo, ese punto es el *centro de presiones*, *c.p.*



escogido más a la derecha que el c.p., el valor del par de fuerzas, de signo contrario a  $M_l$ , hubiera tenido una magnitud mayor que  $M_l$ , y el sistema equivalente habría sido: la sustentación y un momento de signo contrario a  $M_l$ .

Hemos visto un punto de interés en el perfil desde la perspectiva de aplicar el conjunto sustentación-momento de cabeceo, resultado de las acciones aerodinámicas: *aquel en el que el momento de cabeceo es nulo, el c.p.*

En el caso de perfil simétrico, fig. 3.23, al coincidir el punto de aplicación de  $L_e$  y  $L_i$ , ese será precisamente el c.p. y siempre será nulo el momento.

El margen de posiciones donde se mueve el centro de presiones, suele estar comprendido entre el 25 y el 60% de la cuerda.

La noción del c.p. está siendo cada vez más abandonada, prácticamente sólo se utiliza en estudios estructurales.

Existe otro punto de interés, y más utilizado, es el centro aerodinámico, *c.a.* Se demuestra que existe un punto sobre la cuerda de un perfil en el cual el sistema equivalente de fuerza-momento, es tal que el coeficiente de momento,  $C_M$ , es constante e independiente de  $C_L$  (o lo que es igual, del ángulo de ataque). Se demuestra también que en un perfil plano o curvo, sin espesor, y sin efectos de viscosidad ni de compresibilidad, el c.a. está exactamente en el 25% de la cuerda, los efectos de la viscosidad del fluido y del espesor tienden a mover el c.a. hacia adelante y el de la compresibilidad hacia atrás. Su posición puede variar entre el 23 y el 27% de la cuerda. Como ya veremos en el capítulo 16, en vuelo supersónico y para perfiles delgados, teóricamente el c.a. está en el 50% de la cuerda.

Resumiendo: el sistema de fuerza-momento actuando sobre un perfil se puede considerar situado en:

- El centro de presión, donde estará aplicada sólo la sustentación (y la resistencia que venimos despreciando), el momento es nulo.
- El centro aerodinámico, donde estarán aplicados la sustentación (y la resistencia) y un momento, siendo constante el coeficiente de momento correspondiente.

La expresión del momento de cabeceo para un perfil tomando el c.a. como punto de aplicación de las fuerzas  $L$  y  $D$ , se suele representar por:

$$M_{ac} = C_{Mac} \cdot q \cdot S \cdot c \quad [3.13]$$

$M_{ac}$  = Momento de cabeceo respecto al centro aerodinámico (*c.a.*).

$C_{Mac}$  = Coeficiente de momento, respecto al *c.a.*

$c$  = Cuerda.